回路システム学第二（14）

総合演習

2019.7.29

担当教官　山尾 泰

第4回レポート　梯子型リアクタンス回路の設計

図3の梯子型回路が以下の特性となるように素子値を設計せよ

共振周波数（零点）	$\omega_1 = 1000$ (rad/sec)	$\omega_3 = 5000$ (rad/sec)
反共振周波数（極）	$\omega_2 = 2000$ (rad/sec)	

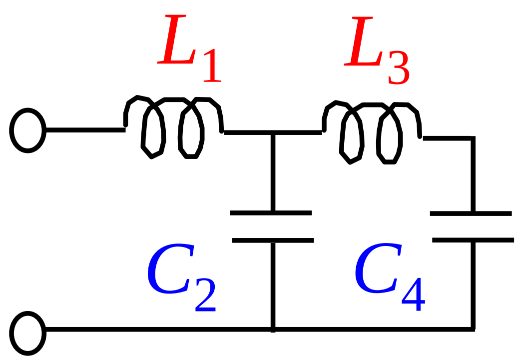


図3

ただし $Z(s) = \dfrac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)}$

において H=0.1 とする。

提出用紙は配布した解答用紙またはA4用紙（縦）を使用し、学籍番号と氏名を各ページの上部に必ず記入すること。

提出日；次回の授業（7月22日）の冒頭で提出すること。

第4回レポートの解答

$$Z(s)=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)}$$

〔−∞、 ∞〕型

$$=H\cdot\frac{s^4+(\omega_1{}^2+\omega_3{}^2)s^2+\omega_1{}^2\cdot\omega_3{}^2}{s^3+\omega_2{}^2 s}$$

商

分子の次数が1次高い

分子を分母で割ると

剰余は同じ形式で分子の次数減

$$Z(s)=Hs+H\cdot\frac{(\omega_1{}^2+\omega_3{}^2-\omega_2{}^2)s^2+\omega_1{}^2\cdot\omega_3{}^2}{s^3+\omega_2{}^2 s}$$

$$\omega_1=1000=1\times10^3,\ \omega_2=2000=2\times10^3,\ \omega_3=5000=5\times10^3$$

を代入すると

$$Z(s)=Hs+H\cdot\frac{(22\cdot10^6)s^2+25\cdot10^{12}}{s^3+4\cdot10^6 s}$$

第４回レポートの解答

$$Z(s) = Hs + \cfrac{H}{\cfrac{s^3 + 4\cdot 10^6 s}{(22\cdot 10^6)s^2 + 25\cdot 10^{12}}}$$

$$= Hs + \cfrac{H}{\cfrac{1}{22\cdot 10^6}s + \cfrac{(4\cdot 10^6 - \frac{25\cdot 10^{12}}{22\cdot 10^6})s}{(22\cdot 10^6)s^2 + 25\cdot 10^{12}}}$$

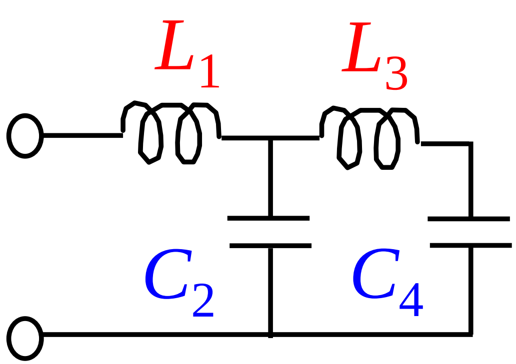
$$= Hs + \cfrac{H}{\cfrac{1}{22\cdot 10^6}s + \cfrac{{}^{63}\!/\!_{22}\cdot 10^6 s}{(22\cdot 10^6)s^2 + 25\cdot 10^{12}}}$$

$$= Hs + \cfrac{H}{\cfrac{1}{22\cdot 10^6}s + 1\Big/\left(\cfrac{22}{63/22}s + \cfrac{25\cdot 10^6}{(63/22)s}\right)}$$

第4回レポートの解答

$$Z(s) = Hs + \frac{H}{\frac{1}{22\cdot 10^6}s + 1\Big/\left(\frac{484}{63}s + \frac{550\cdot 10^6}{63s}\right)}$$

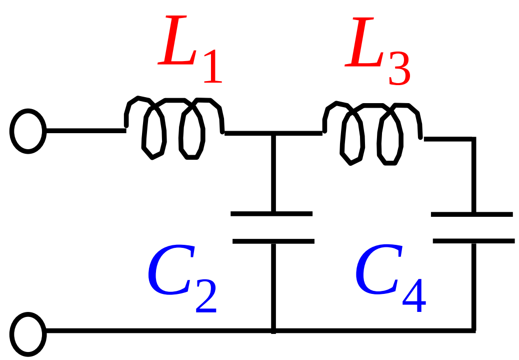
$$= \underbrace{Hs}_{sL_1} + \frac{H}{\underbrace{\frac{1}{22\cdot 10^6}}_{sC_2}s + 1\Big/\left(\underbrace{\frac{484}{63}}_{sL_3}s + 1\Big/\underbrace{\frac{63}{550\cdot 10^6}}_{sC_4}s\right)}$$

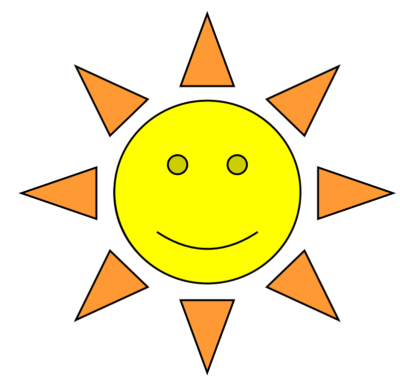


第4回レポートの解答（訂正）

$$Z(s)=\underbrace{Hs}_{sL_1}+\cfrac{1}{\underbrace{\cfrac{1}{22\cdot 10^6 H}s}_{sC_2}+1\Bigg/\left(\underbrace{\cfrac{484}{63}Hs}_{sL_3}+1\Bigg/\underbrace{\cfrac{63}{550\cdot 10^6 H}s}_{sC_4}\right)}$$

$L_1 = H = 0.1$ [H]　　$L_3 = 48.4/63 = 0.768$ [H]





$C_2 = 4.55\times 10^{-7}$ [F]　　$C_4 = 1.15\times 10^{-6}$ [F]

正　解

前回の学習項目

1．能動素子を含む回路の扱い

- 能動素子の等価回路表現

  トランジスタ；H行列による表示

- トランジスタの高周波等価回路

- 回路の非線形性

  回路の大信号等価回路

2．アナログ回路解析シミュレータ（SPICE）

回路システム学　総合演習

- １．伝達関数
- ２．伝達関数の零点と極
- ３．極と零点を指定した１端子対回路の設計
- ４．２端子対回路の接続計算

演習問題1．－伝達関数－

図1の回路の電圧伝達関数 $H(s)$ を回路素子の駆動点インピーダンスから求めよ。また振幅応答特性$|H(j\omega)|$を求めよ。

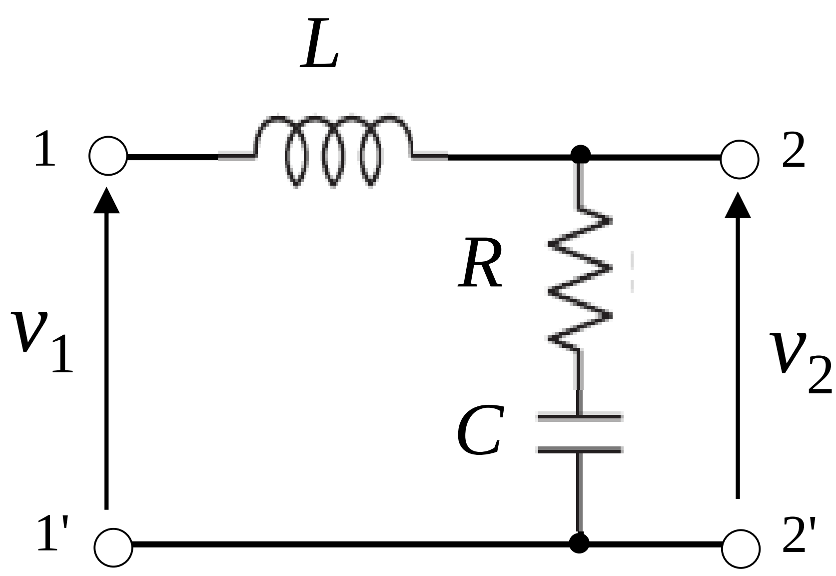
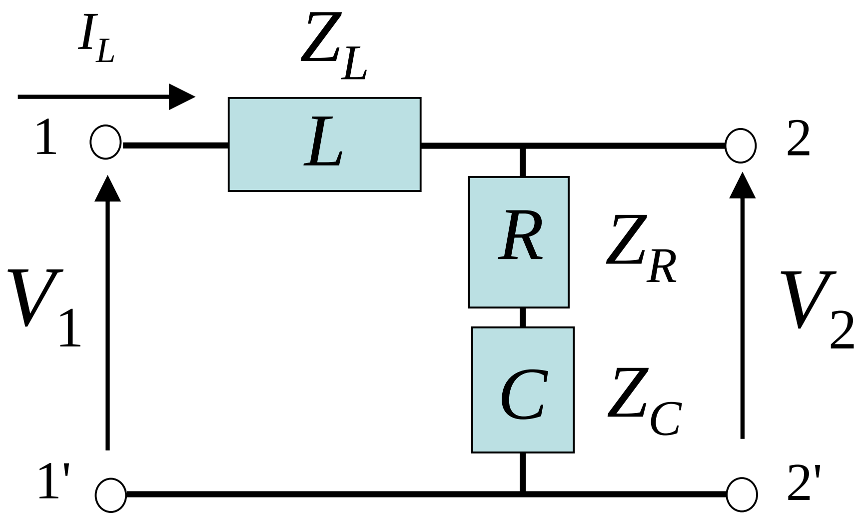


図1

演習問題1. (解答)

この回路を駆動点インピーダンスで考えると



$$V_2 = I_L (Z_R + Z_C) = \frac{V_1}{Z_L + Z_R + Z_C}(Z_R + Z_C)$$

$$\therefore \ H(s) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{Z_R + Z_C}{Z_L + Z_R + Z_C}$$

（続き）

各回路素子の駆動点インピーダンスは

抵抗

$$Z_R(s) = R$$

コイル

$$Z_L(s) = Ls$$

コンデンサ

$$Z_C(s) = \frac{1}{Cs}$$

以上を代入すると

$$H(s) = \frac{Z_R + Z_C}{Z_L + Z_R + Z_C} = \frac{R + \frac{1}{Cs}}{sL + R + \frac{1}{Cs}}$$

これを s について整理して

$$\boxed{H(s) = \frac{sCR + 1}{s^2 LC + sCR + 1}}$$

(解答続き）

$H(j\omega)$は$H(s)$において$s=j\omega$とおいて

$$H(j\omega)=\frac{j\omega CR+1}{-\omega^2 LC+1+j\omega CR}$$

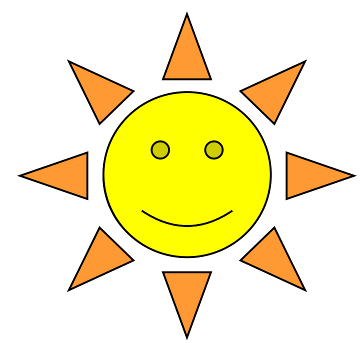
$$=\frac{(1-\omega^2 LC-j\omega CR)(j\omega CR+1)}{(1-\omega^2 LC)^2-\omega^2 C^2 R^2}$$

$$=\frac{(1-\omega^2 LC+\omega^2 C^2 R^2)+j\omega^3 LRC^2}{(1-\omega^2 LC)^2-\omega^2 C^2 R^2}$$

したがって

$$\left|H(j\omega)\right|=\frac{1}{(1-\omega^2 LC)^2-\omega^2 C^2 R^2}$$

$$\times\sqrt{(1-\omega^2 LC+\omega^2 C^2 R^2)^2+(\omega^3 LRC^2)^2}$$



正　解

演習問題2. ー伝達関数の零点と極ー

図１の回路において

(1) $R = 1[\Omega],\ L = 1[H],\ C = 2[F],$

(2) $R = 2[\Omega],\ L = 1[H],\ C = 2[F],$

としたそれぞれの場合の$H(s)$ の零点（$H(s)$ がゼロとなる）を与える s および極（$H(s)$ が無限大となる）を与える s を求めよ。

演習問題2. (解答)

(1) $R = 1[\Omega],\ L = 1[H],\ C = 2[F]$ を$H(s)$に代入

$$H(s) = \frac{2s+1}{2s^2+2s+1}$$

零点は 分子＝0 とおいて

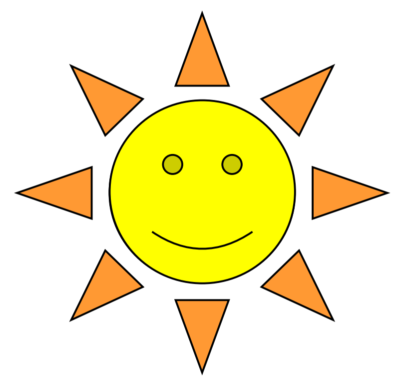
$$2s+1=0 \quad \therefore s=-0.5$$

このとき分母＝0ではないので明らかに零点である

極は 分母＝0 とおいて

$$2s^2+2s+1=0 \quad \therefore s=-0.5\pm 0.5j$$

このとき分子＝0ではないので明らかに極である



正 解

演習問題2. (解答)

(2) $R = 2[\Omega],\ L = 1[H],\ C = 2[F]$ を$H(s)$に代入

$$H(s) = \frac{4s+1}{2s^2+4s+1}$$

零点は 分子＝0 とおいて

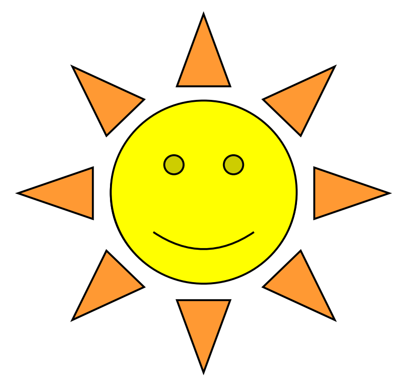
$$4s+1=0 \quad \therefore s=-0.25$$

このとき分母＝0ではないので明らかに零点である

極は 分母＝0 とおいて

$$2s^2+4s+1=0 \quad \therefore s=-1\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$$

このとき分子＝0ではないので明らかに極である



正 解

演習問題3. 1ポート回路の設計

図２の１ポート回路が以下の特性となるように素子値を設計せよ。
また $s=j\omega$とした時のZのリアクタンス分Xの周波数特性を図示せよ。

共振周波数（零点）	$\omega_1 = 1000$ (rad/sec)	$\omega_3 = 5000$ (rad/sec)
反共振周波数（極）	$\omega_2 = 2000$ (rad/sec)	

ただし $Z(s) = \dfrac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s\left(s^2+\omega_2^2\right)}$ において H=0.1 とする。

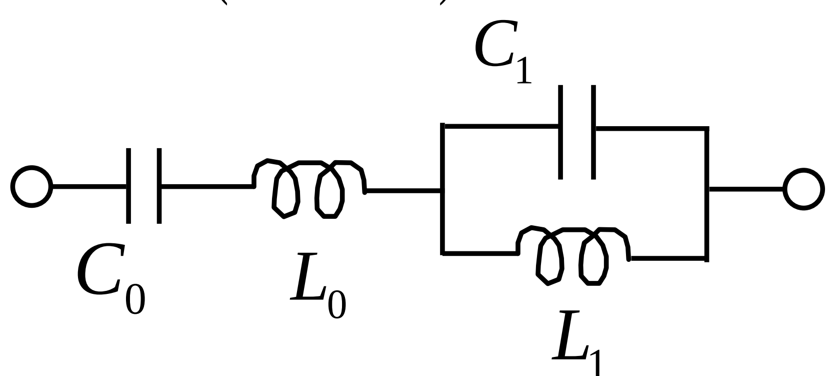


図２

係数を留数定理で求める

分子の次数が1次高いので、sで割って次数を同じにしてから因数分解する

$$\frac{Z(s)}{s}=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s^2\left(s^2+\omega_2^2\right)}=\frac{A_0}{s^2}+\frac{A_2}{s^2+\omega_2^2}+A_\infty$$

$$A_0=\lim_{s^2\to 0}s^2\frac{Z(s)}{s}=\left.\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{\left(s^2+\omega_2^2\right)}\right|_{s^2=0}$$

$$=\frac{H\omega_1^2\omega_3^2}{\omega_2^2}=0.1\frac{1000^2\cdot 5000^2}{2000^2}=6.25\times 10^5$$

$$A_2=\lim_{s^2\to -\omega_2^2}\left(s^2+\omega_2^2\right)\frac{Z(s)}{s}=\left.\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s^2}\right|_{s^2=-\omega_2^2}$$

$$=\frac{H(\omega_1^2-\omega_2^2)(\omega_3^2-\omega_2^2)}{-\omega_2^2}=0.1\frac{3\cdot 10^6\cdot 21\cdot 10^6}{2000^2}=1.575\times 10^6$$

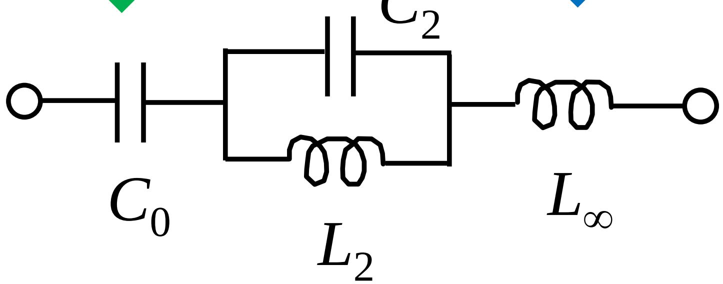
$$A_\infty=H=0.1$$

係数から素子値を決定

$$\frac{Z(s)}{s}=\frac{H\left(s^2+\omega_1^2\right)\left(s^2+\omega_3^2\right)}{s^2\left(s^2+\omega_2^2\right)}=\frac{A_0}{s^2}+\frac{A_2}{s^2+\omega_2^2}+A_\infty$$

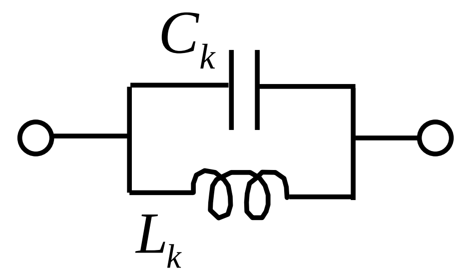
$$\therefore\ Z(s)=\frac{A_0}{s}+\frac{A_2 s}{s^2+\omega_2^2}+A_\infty s$$

$$Z(j\omega)=\frac{1}{j\omega/A_0}+\frac{j\omega A_2}{\omega_2^2-\omega^2}+j\omega A_\infty$$



LC並列回路の

$$C_k=\frac{1}{A_k}$$

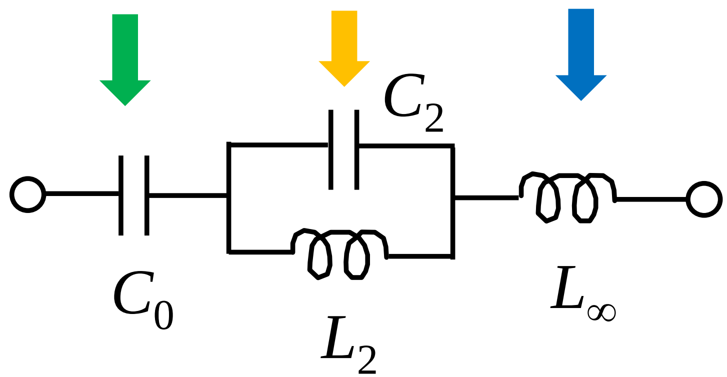


$$\omega_k=\frac{1}{\sqrt{L_k C_k}}$$

にC_kを代入して
L_kが求められる

係数から素子値を決定

$$Z(j\omega) = \frac{1}{j\omega / A_0} + \frac{j\omega A_2}{\omega_2^2 - \omega^2} + j\omega A_\infty$$



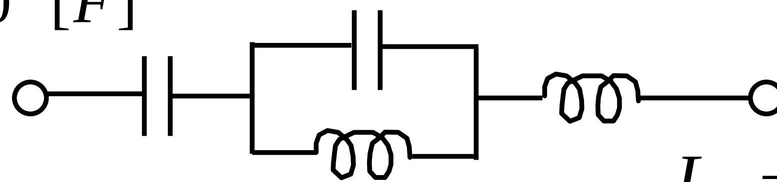
$$C_0 = \frac{1}{6.25\times 10^5} = 1.6\times 10^{-6}[F] \qquad L_2 = \frac{1}{C_2\omega_2^2} = \frac{1.575\times 10^6}{2000^2} = 0.39375[H]$$

$$C_2 = \frac{1}{1.575\times 10^6} = 0.6349\times 10^{-6}[F] \qquad L_\infty = H = 0.1[H]$$

求めたリアクタンス回路のインピーダンス特性

$C_2 = 0.6349 \times 10^{-6}[F]$

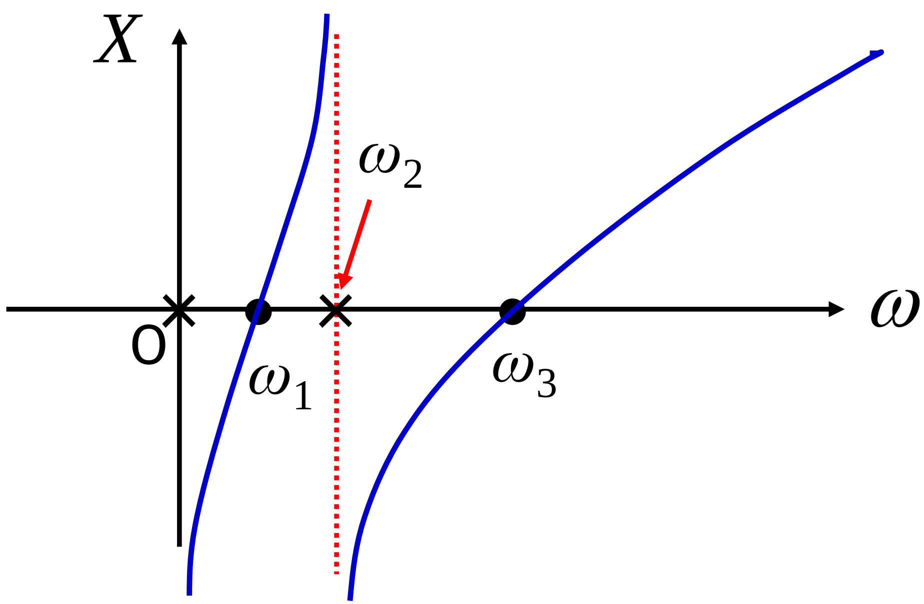
$C_0 = 1.6 \times 10^{-6}[F]$

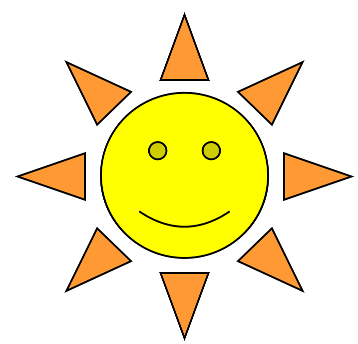


$L_\infty = H = 0.1[H]$

$L_2 = 0.39375[H]$

Zのリアクタンス分Xの周波数特性はインピーダンス関数がn=2の〔−∞、 ∞〕型なので以下のようになる





正　解

演習問題4. 2ポート回路

（1）図3のT型2ポート回路のZ行列を求め、その逆行列としてY行列を求めよ。

（2）図4のπ型2ポート回路のY行列を求め、図3と図4の2つの回路が等価となる（行列が等しくなる）ために、インピーダンス Z_1, Z_2, Z_3 がそれぞれ満たすべき条件（Z_a, Z_b, Z_cとの関係）を求めよ。

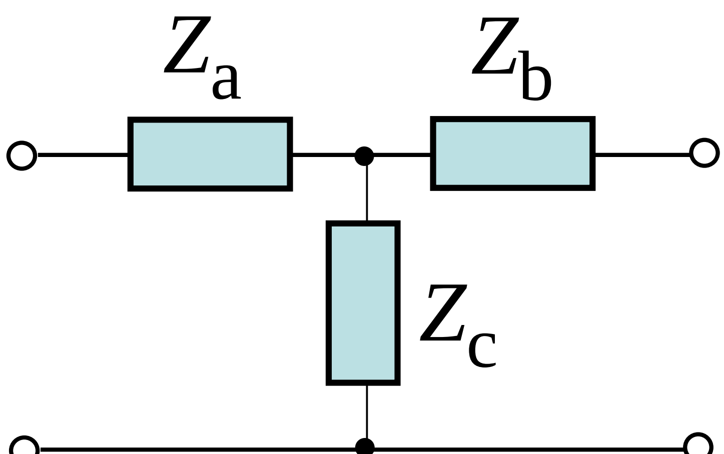


図3

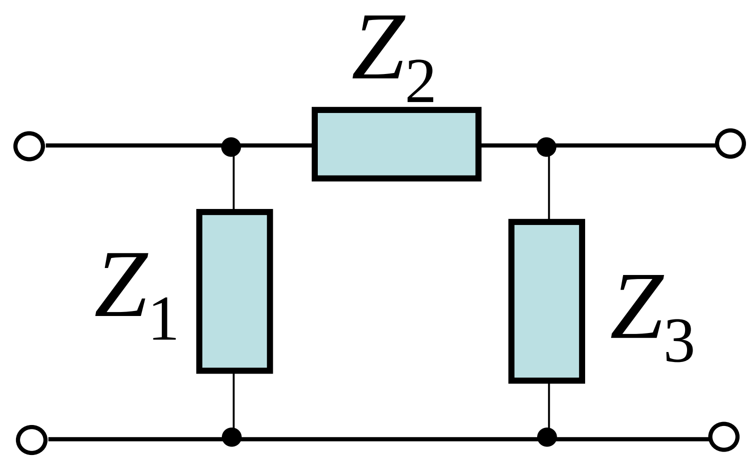
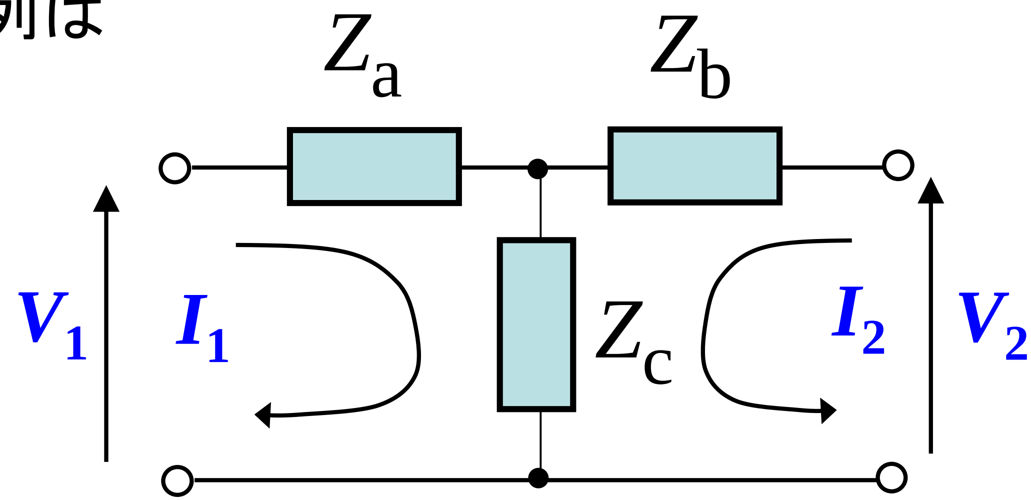


図4

(解答)

（1-a）図３のT形回路のZ行列は



$$Z_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0} = Z_a + Z_c$$

$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_b + Z_c$$

$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0} = Z_c$$

$$Z_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = Z_c$$

$$\therefore \quad Z = \begin{bmatrix} Z_a + Z_c & Z_c \\ Z_c & Z_b + Z_c \end{bmatrix}$$

（解答続き）

（1-b）Z 行列から Y 行列を求める

$$Y = \frac{1}{\det Z}\begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det Z}\begin{bmatrix} Z_b + Z_c & -Z_c \\ -Z_c & Z_a + Z_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det Z &= Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} \\ &= (Z_a + Z_c)(Z_b + Z_c) - Z_c{}^2 = Z_aZ_b + Z_bZ_c + Z_cZ_a \end{aligned}$$

$$\therefore \quad Y = \frac{1}{Z_aZ_b + Z_bZ_c + Z_cZ_a}\begin{bmatrix} Z_b + Z_c & -Z_c \\ -Z_c & Z_a + Z_c \end{bmatrix}$$

（解答続き）

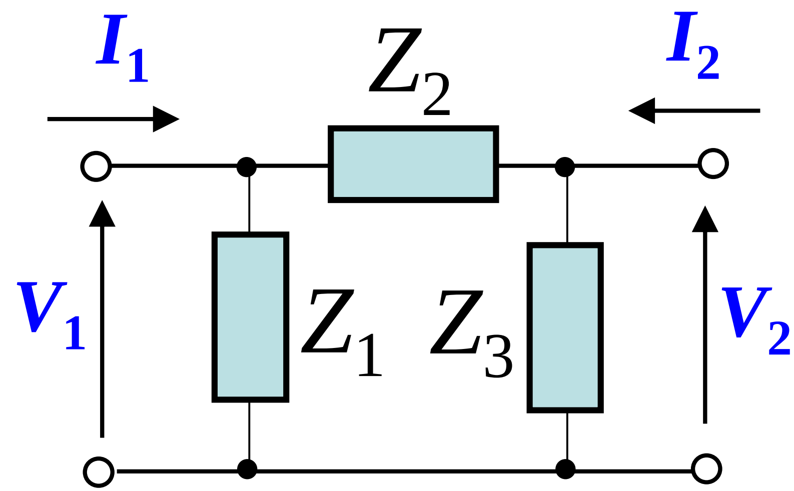
（2-a）図4のπ形回路のY行列は

$$Y_{11} = \left.\frac{I_1}{V_1}\right|_{V_2=0} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1=0} = \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1=0} = -\frac{1}{Z_2}$$

$$Y_{21} = \left.\frac{I_2}{V_1}\right|_{V_2=0} = -\frac{1}{Z_2}$$



$$\therefore \quad Y = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2} & -\dfrac{1}{Z_2} \\ -\dfrac{1}{Z_2} & \dfrac{1}{Z_3} + \dfrac{1}{Z_2} \end{bmatrix}$$

（解答続き）

（2-b） 図３のT形回路と図４のπ形回路が等価である（行列パラメータが一致する）とき、Y行列が一致しなければならないから、

$$\frac{1}{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}\begin{bmatrix} Z_b + Z_c & -Z_c \\ -Z_c & Z_a + Z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2} & -\dfrac{1}{Z_2} \\ -\dfrac{1}{Z_2} & \dfrac{1}{Z_3} + \dfrac{1}{Z_2} \end{bmatrix}$$

（続き）　まず　Y_{12}，Y_{21} に着目すると、Z_2 は

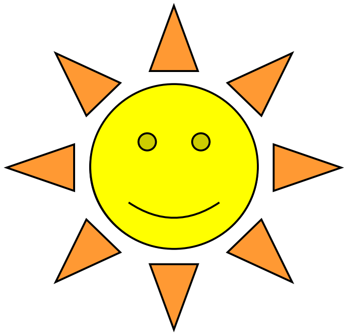
$$Z_2 = \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_c}$$

これを　Y_{11}，Y_{22} に代入すると

$$Z_1 = \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_b}$$

$$Z_3 = \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_a}$$

以上で　Z_1，Z_2, Z_3 が満たすべき条件がすべて求まった。



正　解

前期試験のお知らせ

前期試験;　８月５日（月）　２限（10:40-12:10）

場所　東４－201　（着席位置は当日指定）

以上、間違いのないようにしてください。